Zadanie projektowe do wykonania przed egzaminem

Przykład 1

```
kill(all)$reset()$
```

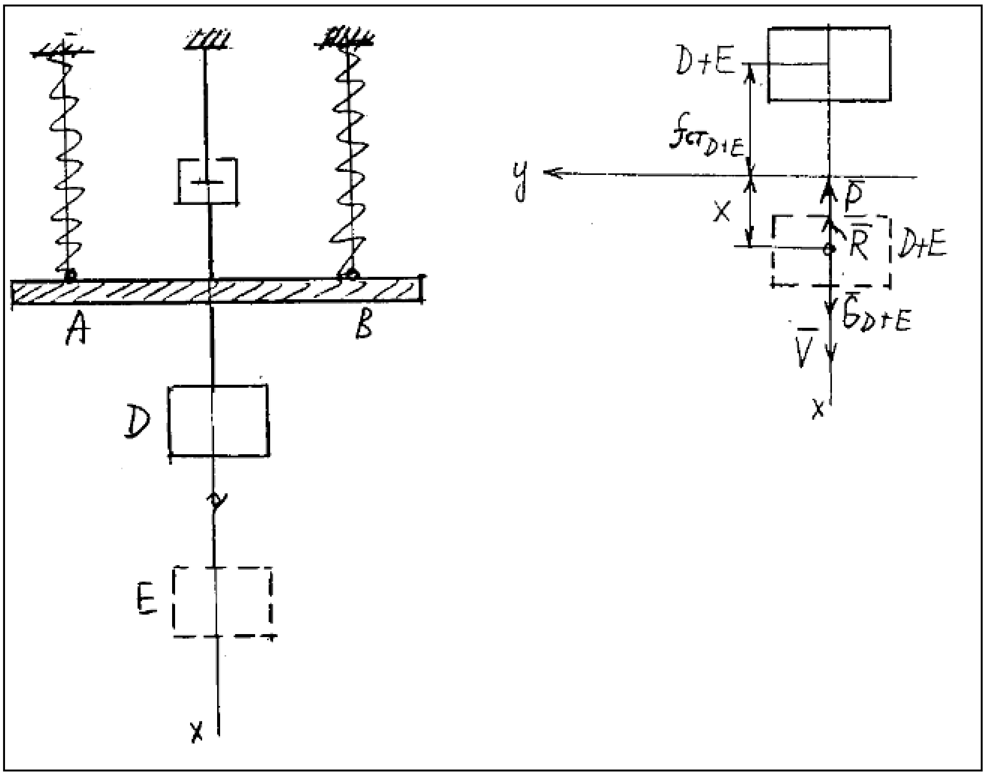
Warning: Can set maxima's working directory but cannot change it during

Ciężar D (m D = 2 kg) jest przymocowany do pręta AB zawieszonego na dwóch identycznych równoległych sprężynach, z których każda ma współczynnik sztywności c = 3 N / cm. Punkt mocowania ciężarka D znajduje się w równej odległości od osi sprężyny.

W pewnym momencie ładunek E zostaje zawieszony na ładunku D (m E = 1 kg). Opór ruchu układu dwóch obciążników jest proporcjonalny do prędkości: R = 12v (N), gdzie v to prędkość (m / s). Zignoruj masę absolutnie sztywnego pręta AB i masę części amortyzatora przymocowanej do drążka.
Znajdź równanie ruchu układu ciężarów D i E, odnosząc ich ruch do osi x; wyrównać punkt odniesienia z położeniem spoczynkowym obciążenia układu obciążników D i E (przy statycznym odkształceniu sprężyn). Drążek łączący ciężarki jest uważany za nieważki i nieodkształcalny.

Obrazek 1:

Obrazek 2:



Obrazek 3:

DANE $m_D = 2kg$, $c = 3\ N/cm$, $m_E = 1kg$, $R = 12v$ N

Równanie różniczkowe ruchu masy D i E

$$(m_D + m_E)\ddot{x} = \sum X_i$$

$$(m_D + m_E)\ddot{x} = G_{D+E} - P - R$$

siła ciężkości $G_{D+E} = (m_D + m_E)\cdot g$

siła w sprężynie $P = c_\Sigma \cdot (x + f_{cm_{D+E}})$

siła tłumienia $R = 12\cdot v$

EKWIWALENTNA SZTYWNOŚĆ SPRĘŻYNY

$$c_\Sigma = c + c = 2c = 2\cdot 3 = 6\ N/cm$$

$$\ddot{x} = g - c_\Sigma\cdot(x + f_{cm_{D+E}}) - 12v$$

gdzie $m = m_D + m_E = 3kg$

Obrazek 4:

$$\ddot{x} = g - \frac{c_{\Sigma}}{m}\left(x + f_{cmD+E}\right) - 12 \cdot V', \quad m = m_D + m_E = 2+1=3$$

```
depends(x1,t)$
```

```
eq1:diff(x1,t,2)=g−cs·(x1+fs)−d·diff(x1,t);
```

$$\frac{d^2}{d\,t^2}\,x1 = -d\left(\frac{d}{d\,t}\,x1\right) - cs\,(x1+fs) + g$$

Obrazek 5: Sposób wyznaczenia ugięcia statycznego f_cmD+e

$$mg = c\,f_{cmD+E}$$

```
eq2:m·g=cs·fs$
fs:solve(eq2,fs)$
```

```
fs:rhs(fs[1]);
```

$$\frac{g\,m}{cs}$$

```
m:2+1$ c:3$g:10$cs:c+c$d:12$
```

```
fs:ev(fs);
eq1:ev(eq1);
```

$$5$$

$$\frac{d^2}{d\,t^2}\,x1 = -12\left(\frac{d}{d\,t}\,x1\right) - 6\,(x1+5) + 10$$

```
sol1:ode2(eq1,x1,t);
```

$$x1 = \%k1\,\%e^{\frac{(2\sqrt{30}-12)\,t}{2}} + \%k2\,\%e^{\frac{(-2\sqrt{30}-12)\,t}{2}} - \frac{10}{3}$$

```
sol1u:ic2(sol1,t=0,x1=1·g/cs,'diff(x1,t)=0);
```

$$x1=\frac{(\sqrt{30}+5)\,\%e^{\frac{(2\sqrt{30}-12)\,t}{2}}}{2}-\frac{(\sqrt{30}-5)\,\%e^{\frac{(-2\sqrt{30}-12)\,t}{2}}}{2}-\frac{10}{3}$$

Obrazek 6:

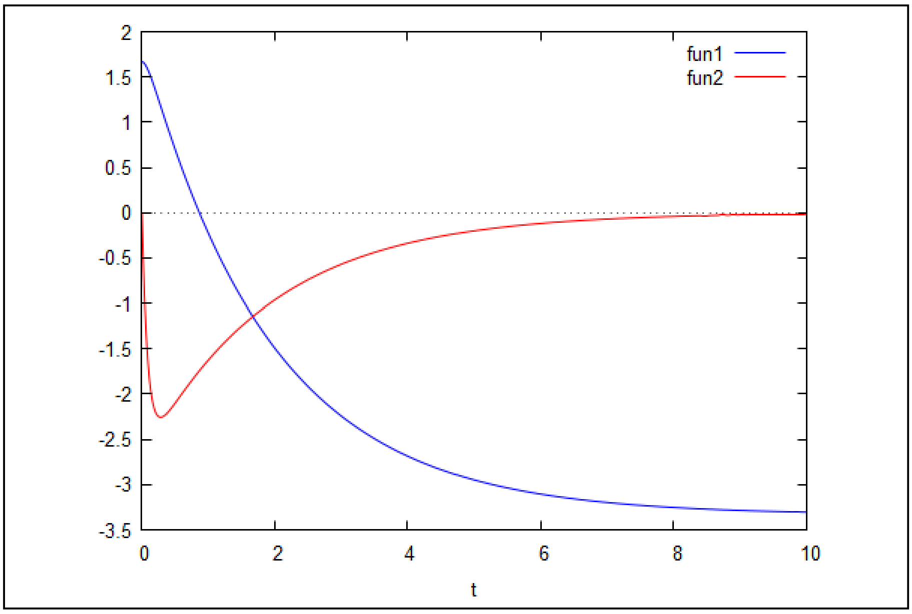
$$x = -0{,}0034\cdot e^{-3{,}414t}+0{,}0197\, e^{-0{,}586t}$$

```
x1:rhs(sol1u),numer;
```

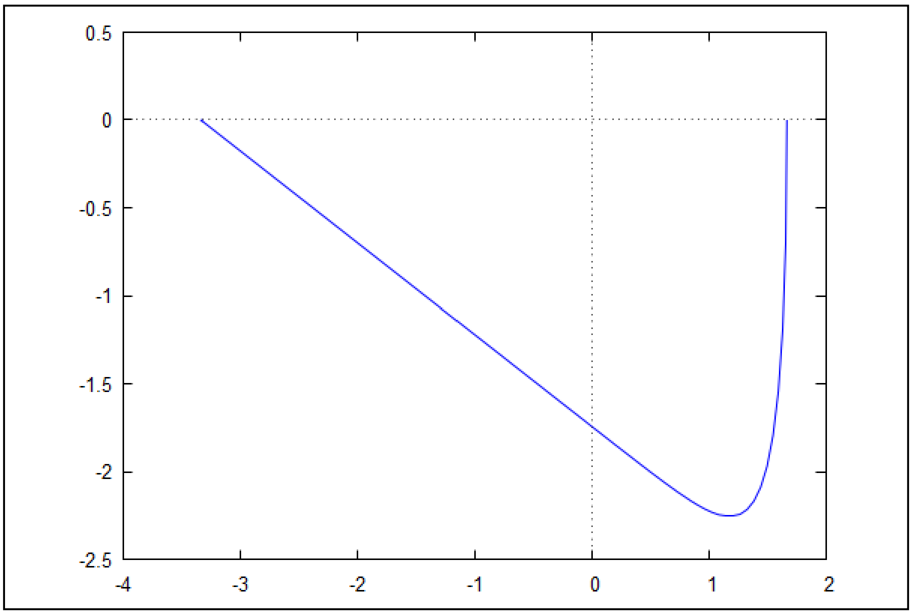
$$5.238612787525831\,\%e^{-0.5227744249483388\,t}-0.2386127875258306\,\%e^{-11.47722557505166\,t}-3.333333333333333$$

```
xdot:diff(x1,t)$
```

```
wxplot2d([x1,xdot],[t,0,10]);
```



```
wxplot2d([parametric,x1,xdot,[t,0,100]]);
```



1

Przykład 2

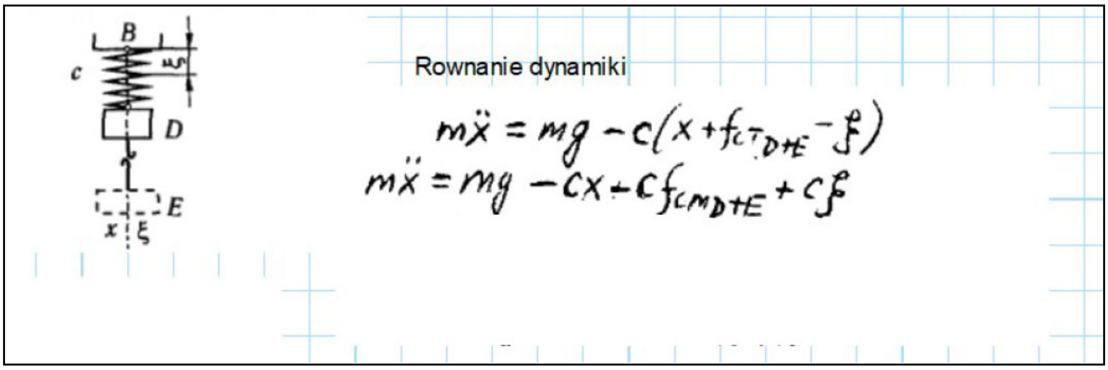
```
kill(all);reset()$
```

done

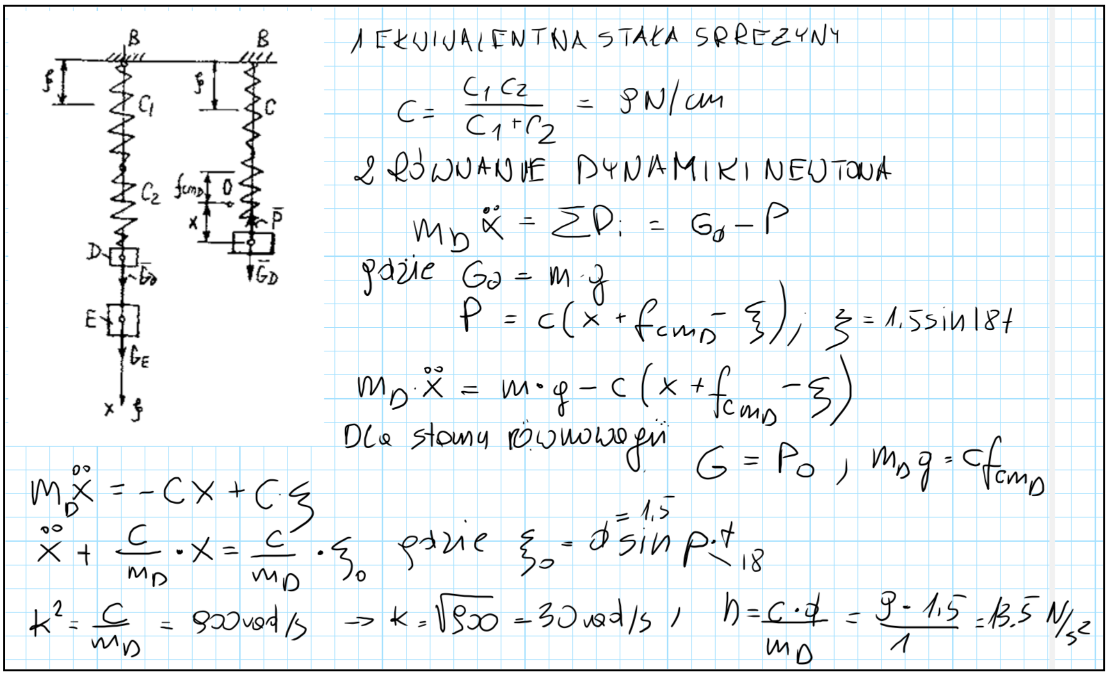
W momencie przecięcia cięgna łączącego ciężarki D (m D = 1 kg) i E (m E = 2 kg) punkt B (górny koniec połączonych szeregowo sprężyn) zaczyna się przesuwać zgodnie z prawem ξ = 1,5sin18t (cm) (oś ξ skierowana jest pionowo w dół). Współczynniki sztywności sprężyn przy c1 = 12 N / cm, przy c2 = 36 N / cm.

Znajdź równanie ruchu obciążenia D, odnosząc ich ruch do osi x; wyrównać punkt odniesienia z położeniem spoczynkowym obciążenia D (przy statycznym odkształceniu sprężyn). Drążek łączący ciężarki jest uważany za nieważki i nieodkształcalny.

Obrazek 7:



Obrazek 8:



depends(x1,t);

$$[x1(t)]$$

jeśli przyjąć 10 to układ wpada w rezonans

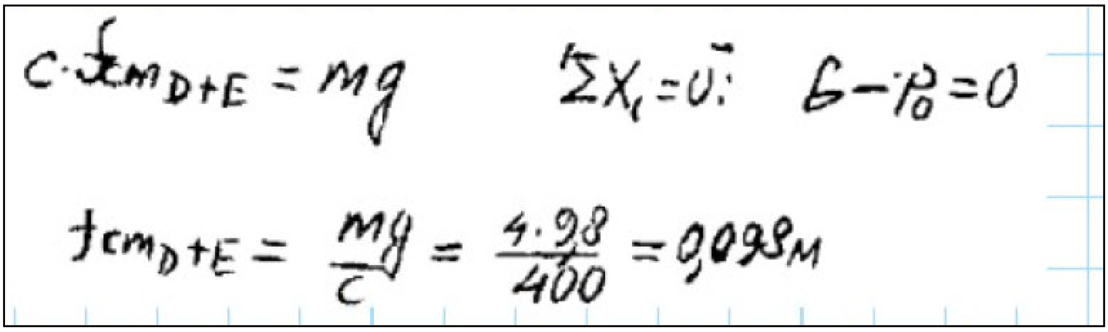
ξ:2·sin(10·t);

$$2\sin(10\,t)$$

eq1:m·diff(x1,t,2)=m·g−c·(x1+fs−ξ);

$$m\left(\frac{d^2}{d\,t^2}\,x1\right)=g\,m-c\,(x1-2\sin(10\,t)+fs)$$

Obrazek 9:




```
eq2:c·fs=m·g$
fs:solve(eq2,fs)$
fs:rhs(fs[1]);
```

$$\frac{g\,m}{c}$$

```
g:9.81$ c:400$ mD:1.6$ mE:2.4$ m:mD+mE;
```

$$4.0$$

```
fs,ev;
```

$$0.0981$$

```
eq1:eq1,ev;
```

$$4.0\left(\frac{d^2}{d\,t^2}\,x1\right)=39.24-400\left(x1-2\sin(10\,t)+\frac{g\,m}{c}\right)$$

```
sol1:ode2(eq1,x1,t);
```

rat: replaced -39.24 by -981/25 = -39.24
rat: replaced 4.0 by 4/1 = 4.0

$$x1=\%k1\sin(10\,t)-\frac{100000\,c\,t\cos(10\,t)+10000\,g\,m-981\,c}{10000\,c}+\%k2\cos(10\,t)$$

```
fsE:mE·g/c;
```

$$0.05886$$

```
sol1u:ic2(sol1,t=0,x1=fsE,'diff(x1,t)=0);
```

rat: replaced 0.05886 by 2943/50000 = 0.05886

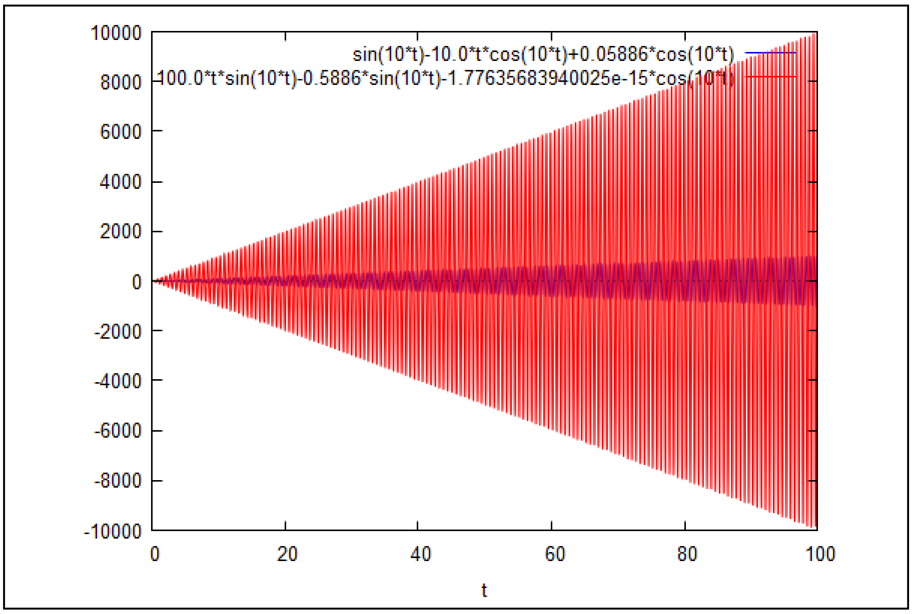
$$x1 = \sin(10\,t) - \frac{100000\,c\,t\cos(10\,t) + 10000\,g\,m - 981\,c}{10000\,c} + \frac{2943\cos(10\,t)}{50000}$$

```
x1:rhs(sol1u),numer;
```

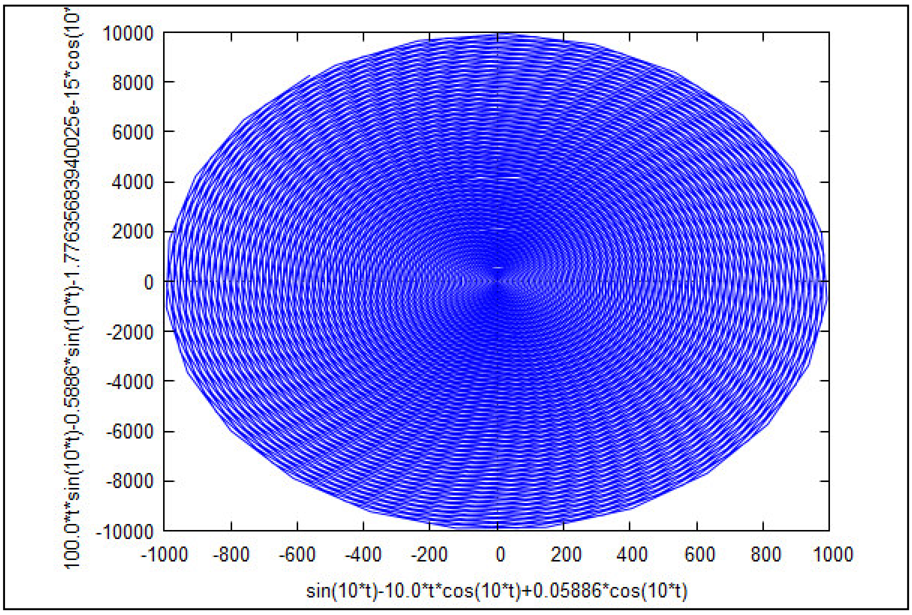
$$\sin(10\,t) - 10.0\,t\cos(10\,t) + 0.05886\cos(10\,t)$$

```
xdot:diff(x1,t)$
```

```
wxplot2d([x1,xdot],[t,0,100]);
```




```
wxplot2d([parametric,x1,xdot,[t,0,100]]);
```



Przykład 3

Zadania
1. Wyznaczyć zgodnie z wyżej pokazanymi przykładami równanie różniczkowe ruchu układu sprężyn.
2. Obliczyć funkcję określajacą położenie cieżąru.
3. Wykonać symulacje wpływu parametrów początkowych na zachowanie się układu.
4. Wyznaczyć częstotliwość rezonansową

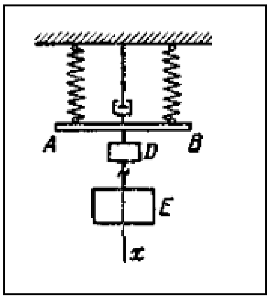
Zadania będą omawiane w trakcie egazaminu z Drgań w konstrukcjach lotniczych

1 *zadanie dla Agnieszki Kurpias*

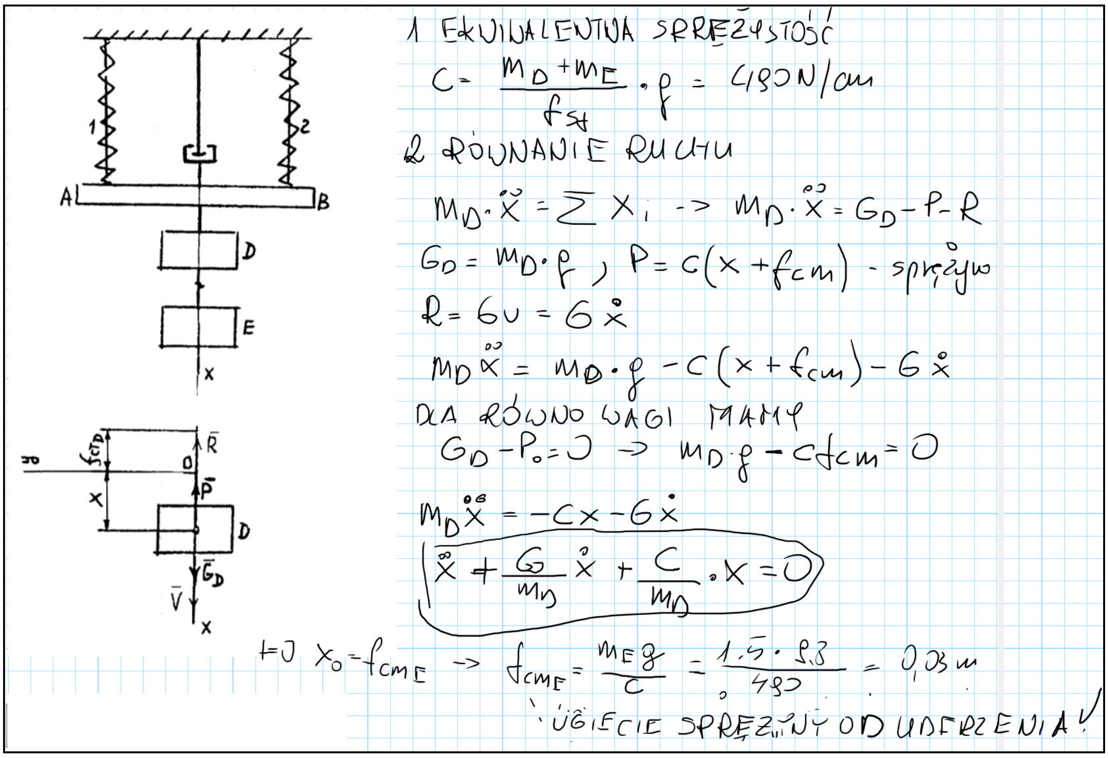
Odkształcenie statyczne dwóch jednakowych równoległych sprężyn pod działaniem obciążników D (m D = 0,5 kg) i E (m E = 1,5 kg) f st = 4 cm
Obciążniki są zawieszane na sprężynach za pomocą absolutnie sztywnego pręta AB. W pewnym momencie pręt łączący ciężarki zostaje przecięty.
Opór ruchu obciążenia D jest proporcjonalny do prędkości: R = 6v, gdzie v jest prędkością.
Zignorować masę pręta i masę części amortyzatora przymocowanej do pręta.

Znajdź równanie ruchu układu ciężarów D i E, odnosząc ich ruch do osi x; wyrównać punkt odniesienia z położeniem spoczynkowym obciążenia układu obciążników D i E (przy statycznym odkształceniu sprężyn). Drążek łączący ciężarki jest uważany za nieważki i nieodkształcalny.

Obrazek 14: ***d34;Wyznaczyć równanie ruchu drgającego dla nastęujących danych***
k1=k2=k



Obrazek 15:

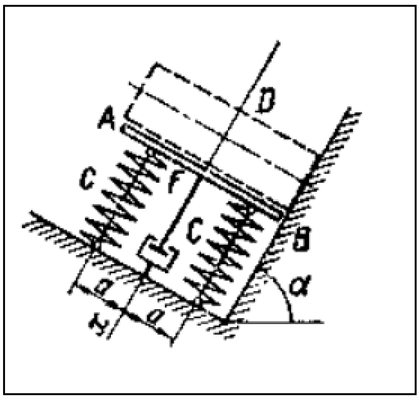


2 zadanie dla Marka Komandera

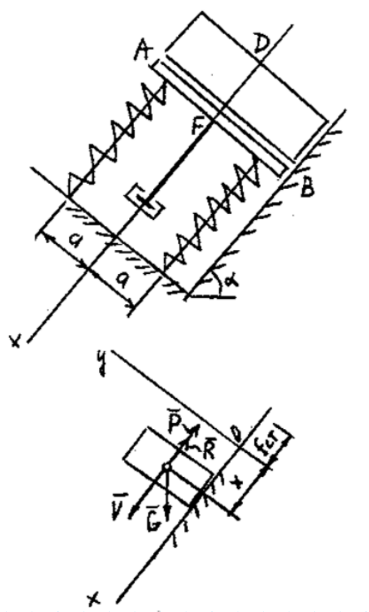
Obciążnik D (m = 1 kg) jest zamocowany w środku absolutnie sztywnego pręta AB, łączącego końce dwóch identycznych równoległych sprężyn bez nadawania prędkości początkowej; sprężyny nie są zdeformowane. Współczynniki sztywności sprężyn c = 1,5 N / cm. Opór ruchu ładunku jest proporcjonalny do prędkości: R = 8v, gdzie v to prędkość, α = 60 °. Pomiń masę pręta AB i masę części amortyzatora przymocowanej do pręta.

Znajdź równanie ruchu obciążenia D od momentu zetknięcia się obciążenia z układem sprężyn, zakładając, że podczas dalszego ruchu obciążenie nie jest oddzielane od sprężyn. Ruch obciążenia przypisywany jest do osi X, przyjmując za punkt odniesienia pozycję spoczynkową obciążenia (przy statycznym odkształceniu sprężyn).

Obrazek 16: d310



Obrazek 17:



1 $C_1 = C + C = 2C = 300\,N/m$

2. RÓWNANIE RUCHU MASY D

$m\ddot{x} = G\cdot\sin\alpha - P - R$ $G = m\cdot g$

$P = c_1(x + f_{cm})$

$m\ddot{x} = mg\sin\alpha - C_1(x + f_{cm}) - Q\dot{x}$ $R = Q\dot{x}$

przy równowadze mamy $G\sin\alpha = P_0$

$mg\cdot\sin\alpha - C_1 f_{cm} = 0$

$m\ddot{x} = -C_1 x - Q\dot{x}$ $k^2 = \sqrt{\frac{C_1}{m}} = 17{,}32$

$\ddot{x} + \frac{C_1}{m}x + \frac{Q}{m}\dot{x} = 0$

$\ddot{x} + k^2 x + 2n\cdot\dot{x} = 0$ $n = \frac{Q}{2m} = 4\,obr/s$

Obrazek 18:

ROZWIĄZANIE dla $n<k$

$x = e^{-nt}(A_1\cdot\cos k_1 t + A_2\sin k_1 t)$

$k_1 = \sqrt{k^2 - n^2} = 16{,}852\ obr/s$

$x = e^{-4t}(A_1\cdot\cos k_1 t + A_2\sin k_1\cdot t)$

$\dot{x} = \frac{d}{dt}x$

dla $t = 0$ $x_0 = -f_{cm}$ $\to f_{cm} = \frac{G\sin\alpha}{C_1} = 0{,}00283\,m$

$\dot{x}_0 = V_0 = 0$ $x_0 = A_1 = -0{,}0283\,m$

$\dot{x}_0 = -4A_1 + 16{,}852A_2 = 0$

$A_2 = \frac{-4\cdot 0{,}0283}{16{,}852} = -0{,}0067\,m$

$x_D = e^{-4t}(-0{,}0283\cdot\cos 16{,}852t + -0{,}0067\cdot\sin 16{,}852\cdot t)$

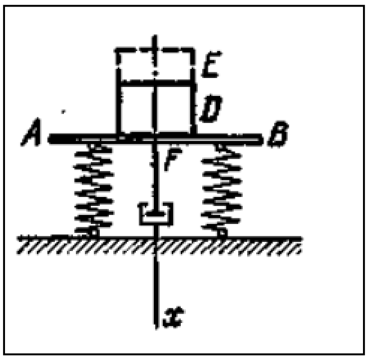
RÓWNANIE RUCHU MASY D

3 zadanie dla Piotra Lewandowskiego

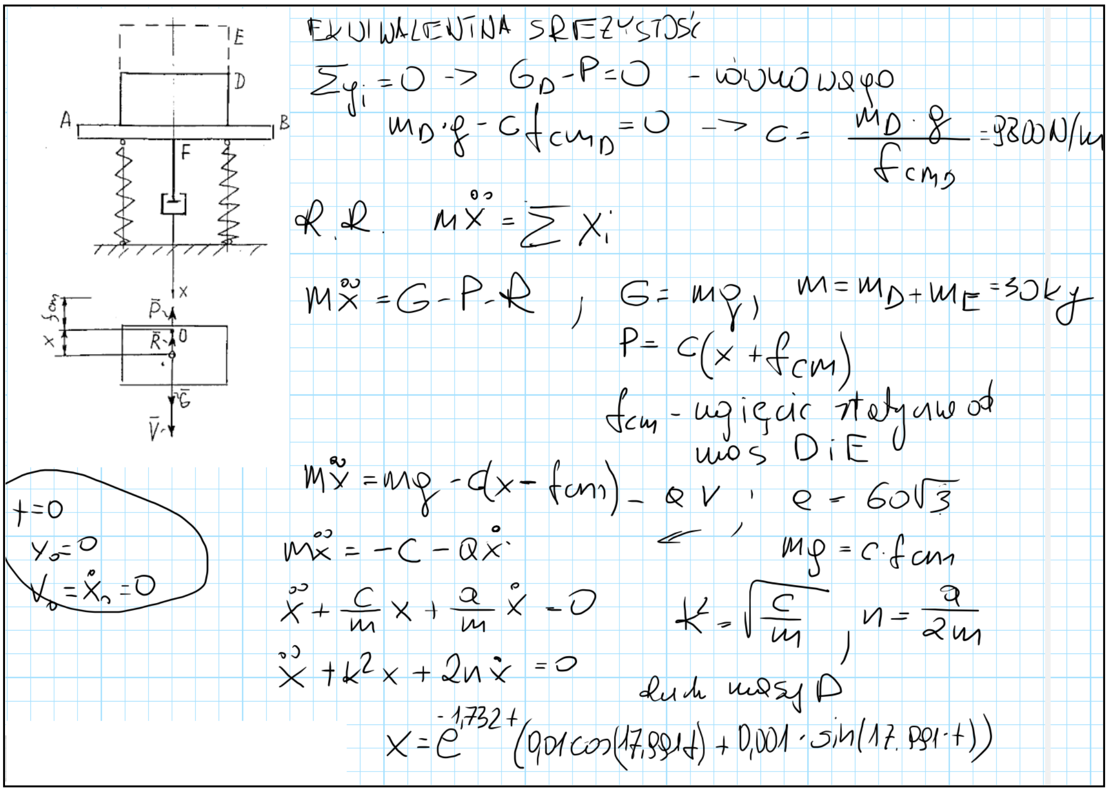
Odkształcenie statyczne każdej z dwóch identycznych równoległych sprężyn pod działaniem obciążenia D (m D = 20 kg) jest równe f st D = 2 cm. W pewnym momencie obciążenie E (m E = 10 kg) jest umieszczony na ładunku D. Opór ruchu obciążeń jest proporcjonalny do prędkości: R = 60√3v, gdzie v jest prędkością. Należy pominąć masę absolutnie sztywnego pręta AB oraz masę związanej z nim części amortyzatora.

Znajdź równanie ruchu dla układu ciężarów D i E, odnosząc ruch do osi x; wyrównać punkt odniesienia z położeniem spoczynkowym układu obciążników D i E (przy statycznym odkształceniu sprężyn). Zakłada się, że obciążenia D i E nie rozdzielają się podczas wspólnego przemieszczania.

Obrazek 19: ***d318***



Obrazek 20:



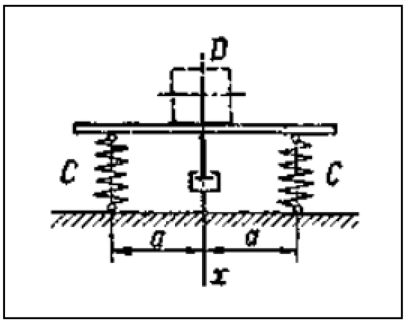
4 *zadanie dla Radosława Sudera*

Współczynnik sztywności każdej z dwóch równoległych sprężyn, na których spoczywa płyta, c = 130 N / cm. Obciążenie D (m = 40 kg) jest umieszczane na środku płyty i zwalniane bez prędkości początkowej za pomocą nieodkształconych sprężyn. Opór ruchu ładunku jest proporcjonalny do prędkości: R = 400v, gdzie v to prędkość. Nie zwracaj uwagi na ciężar płyty grzejnej i amortyzatora.

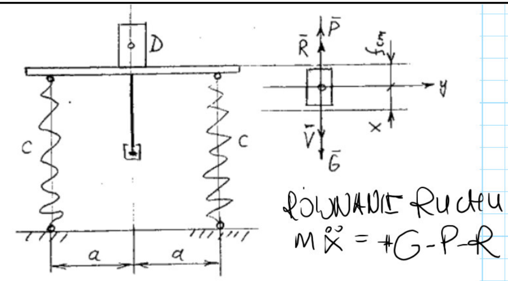
Pomijając masę płytki i zakładając, że jest ona absolutnie sztywna, znajdź równanie ruchu obciążenia D od momentu zetknięcia się z płytą, zakładając, że podczas dalszego ruchu obciążenie nie oddziela się od płyty.

Ruch obciążenia przypisywany jest do osi X, przyjmując za punkt odniesienia pozycję spoczynkową tego obciążenia (przy statycznym odkształceniu sprężyn).

Obrazek 21: ***d327***



Obrazek 22:



RÓWNANIE RUCHU

$m\ddot{x} = +G - P - R$

$G = mg$

$P = c(x + f_{cm})$

$R = \alpha \cdot \dot{x}$

$m\ddot{x} = mg - c(x + f_{cm}) - \alpha \cdot \dot{x}$

dla równowagi mamy $mg = c f_{cm}$ $\quad n < k$

$m\ddot{x} = -cx - \alpha \dot{x}$

$\ddot{x} = \frac{c}{m} x + \frac{\alpha}{m} \dot{x} = 0$

$\ddot{x} + k^2 x + 2n\dot{x} = 0$

$k^2 = \sqrt{\frac{c}{m}} = 25{,}49$

$n = \frac{\alpha}{2m} = 5$

$\rightarrow$

$x = e^{-nt}(C_1 \cos k_1 t + C_2 \sin k_1 t)$

$k_1 = \sqrt{k^2 - n^2} = 25$

$x = e^{-5t}(C_1 \cos 25t + C_2 \cdot \sin 25 \cdot t)$

SZUKAMY C_1 i C_2

$t = 0 \quad x_0 = -f_{cm} = -mg/c = 0{,}0302 \rightarrow C_1 = -0{,}0302$

Obrazek 23:

$$\dot{x} = \frac{d}{dt}x = -5e^{-5t}\left(C_1 \cos(25t) + C_2 \sin(25 \cdot t)\right) + e^{-5t}\left(-C_1 \cdot \sin(25t) + C_2 \cos(25 \cdot t)\right)$$

dla $t = 0$ $\quad \dot{x}_0 = 0 \quad -5C_1 + 25C_2 = 0$

$C_2 = -0{,}0060\,m$

$$x = e^{-5t}\left(-0{,}0302 \cos 25 \cdot t - 0{,}006 \cdot \sin 25 \cdot t\right)$$

RÓWNANIE RUCHU MASY D

W podanych wyzej rozwiązaniach recznych mogą
ale nie muszą być błedy rachunkowe (sprawdzałem
ale diabeł tkwi w szczegółach)